

Treball de Fi de Màster

Màster Universitari en Enginyeria Industrial

Optimització del flux de potència en xarxes de distribució intel·ligents

MEMÒRIA

Autor: Marc Antoni Fiol Vich
Director: Eduard Bullich Massagué
Ponent: Mònica Aragüés Peñalba
Convocatòria: Abril de 2019



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

Aquest treball implementa una formulació que optimitza la planificació operativa de xarxes de distribució intel·ligents. S'utilitza la relaxació coneguda com a programació cònica de segon ordre per tal de convexificar el problema del flux de potència òptim per tal de garantir trobar una solució òptima exacta.

La formulació modela dues flexibilitats: reconfiguració de la xarxa mitjançant connexió i desconexió de línies i la modificació en càrrega de la relació de transformació dels transformadors. S'implementa de tal manera que pot resoldre xarxes completament diferents només canviant els paràmetres que s'introdueixen, sense haver de modificar cap equació.

S'inclouen models econòmics a més dels tècnics, i l'optimització es centra en minimitzar els costos totals d'operació.

Sumari

SUMARI	5
1. GLOSSARI	7
1.1. Conjunts.....	7
1.2. Índexs	7
1.3. Variables.....	7
1.4. Paràmetres	9
2. PREFACI	11
2.1. Origen del projecte	11
2.2. Punt de partida	11
2.3. Requeriments previs	11
3. INTRODUCCIÓ	13
3.1. Objectius del projecte	13
3.2. Abast del projecte	13
4. FORMULACIÓ DE LA PLANIFICACIÓ OPERATIVA	15
4.1. Equacions de Flux de Potència.....	15
4.1.1. Model Branch Flow	15
4.1.2. Reformulació del flux de potència	17
4.1.3. Convexificació del flux de potència	18
4.2. Límits d'operació	18
4.3. Reconfiguració.....	19
4.3.1. Model tècnic	19
4.3.2. Variables de registre	23
4.3.3. Model econòmic.....	24
4.4. <i>On-Load Tap Changer</i>	24
4.4.1. Model tècnic	24
4.4.2. Variables de registre	28
4.4.3. Model econòmic.....	28
4.5. Funció objectiu	29
5. APLICACIÓ DE LA FORMULACIÓ	31
5.1. Xarxa de proves: <i>The Baran network</i>	31
5.2. Paràmetres de test	32
5.2.1. Paràmetres tècnics	32
5.2.2. Paràmetres dels costos	32

5.3. Resultats.....	33
5.3.1. Xarxa sense flexibilitats	33
5.3.2. Xarxa amb flexibilitats	35
CONCLUSIONS	38
Treballs futurs	38
PRESSUPOST	40
IMPACTE AMBIENTAL	41
AGRAÏMENTS	43
BIBLIOGRAFIA	44
Referències bibliogràfiques	44
Bibliografia complementària	44

1. Glossari

1.1. Conjunts

T	Conjunt dels períodes de temps
Ω	Conjunt de totes les línies i transformadors
Ω^c	Conjunt de línies sempre connectades
Ω^{traf}	Conjunt dels transformadors
Ψ_{ij}	Conjunt dels <i>taps</i> del transformador
Γ	Conjunt de tots els nodes
Γ^{slack}	Conjunt dels nodes <i>slack</i>
Γ^{PQ}	Conjunt dels nodes PQ
Γ^{GPQ}	Conjunt dels nodes PQ amb generació
Γ^{NG}	Conjunt dels nodes PQ sense generació

1.2. Índexs

t	Índex per período de temps
i, j, k, l, m, n	Índexs per nodes
$ij, jk, mn, etc.$	Índexs per línies i transformadors
q	Índex per <i>taps</i>

1.3. Variables

$\underline{S_{ij}}$	Flux de potència aparent per la línia
$\underline{S_{it}^{Cnet}}$	Potència aparent neta consumida al node

P_{ij}	Flux de potència activa per la línia
p_{it}^{Cnet}	Potència activa neta consumida al node
Q_{ij}	Flux de potencia reactiva per la línia
Q_{it}^{Cnet}	Potència reactiva neta consumida al node
I_{ij}	Corrent per la línia
I_{ijt}^*	Corrent conjugada per la línia
I_{2ijt}	Corrent pel secundari del transformador
l_{ijt}	Quadrat de la corrent per la línia
V_{it}	Tensió al node
u_{it}	Quadrat de la tensió al node
e_{ijt}	Estat de connexió de la línia
c_{jt}	Connectivitat (demanda fictícia) al node
c_{ijt}	Flux de connectivitat per la línia
Δe_{ij}	Nombre de reconfiguracions de la línia
e_{ijt}^X i e_{ijt}^C	Variables auxiliars pel càlcul del nombre de reconfiguracions
e_{ij0}	Estat de connexió inicial de la línia
e_{ijtmax}	Estat de connexió final de la línia
rt	Relació de transformació del transformador
w_{qijt}	Estat de selecció del <i>tap</i> del transformador
δ_{qijt}	Variable linealitzada pel producte entre w_{qijt} i l_{ijt}

γ_{qit}	Variable linealitzada pel producte entre w_{qijt} i u_{it}
Δw_{ij}	Nombre de canvis de relació de transformació del transformador
w_{qijt}^X i w_{qijt}^C	Variables auxiliars pel càlcul del nombre de canvis de <i>taps</i>
w_{qij0}	Selecció inicial de <i>tap</i>
$w_{qijtmax}$	Selecció final de <i>tap</i>

1.4. Paràmetres

$P_{ij}^{m\grave{a}x}$	Flux màxim de potència activa de la línia
$P_{ij}^{m\grave{i}n}$	Flux mínim de potència activa de la línia
$Q_{ij}^{m\grave{a}x}$	Flux màxim de potència reactiva de la línia
$Q_{ij}^{m\grave{i}n}$	Flux mínim de potència reactiva de la línia
$I_{ij}^{m\grave{a}x}$	Corrent màxima de la línia
V_{slack}	Tensió del node slack
$V_i^{m\grave{a}x}$	Tensió màxima del node
$V_i^{m\grave{i}n}$	Tensió mínima del node
z_{ij}	Impedància de la línia
r_{ij}	Resistència de la línia
x_{ij}	Reactància de la línia
n_N	Nombre de nodes de la xarxa que no són <i>slack</i>
n_N^{GPQ}	Nombre de nodes PQ amb generació
ρ_{ij}^{rec}	Cost de reconfiguració de la línia
d_{qij}	Relació de transformació del <i>tap</i>

ρ_{ij}^{traf} Cost de canvi de relació de transformació del transformador

$\rho_{ij}^{pèrd}$ Cost de les pèrdues elèctriques

2. Prefaci

2.1. Origen del projecte

El projecte deu la seva existència a la voluntat que el departament CITCEA (i especialment el Dr. Bullich, tutor d'aquest treball) té en implementar la formulació de la planificació operacional de xarxes amb flexibilitat i generació distribuïda mitjançant els programes GAMS i Matlab de tal manera que pugui optimitzar la gestió d'una xarxa introduint els paràmetres d'aquesta.

En aquest treball s'implementaran la reconfiguració de la xarxa i la variació de la relació de transformació de transformadors en càrrega, mentre que altres companys estudiaran altres flexibilitats. L'objectiu final és unificar els diferents algorismes per tal d'obtenir una eina que resolgui problemes d'optimització de flux de potència de xarxes amb qualsevol combinació de característiques i flexibilitats.

2.2. Punt de partida

El Dr. Bullich ha proporcionat un arxiu de GAMS i diversos arxius de Matlab que interactuen entre sí. Els paràmetres del cas s'escriuen en Matlab de forma intuïtiva i després, mitjançant una funció es processen i s'envien a GAMS. L'arxiu de GAMS conté les equacions bàsiques del flux de potència, amb les que resol el problema i escriu els resultats en un format que Matlab pot llegir.

L'algorisme que implementen aquests arxius és bàsic: només optimitza per un sol període, l'única flexibilitat emprada és un model molt senzill de generadors distribuïts, minimitza pèrdues, etc.

Aquests documents han servit de plantilla per la implementació de la formulació d'aquest projecte, que és molt més complexa perquè contempla múltiples períodes, les flexibilitats tenen models complexos que requereixen reformulacions matemàtiques, la funció objectiu minimitza el cost, etc.

2.3. Requeriments previs

Per la realització d'aquest treball és necessari saber emprar Matlab i GAMS, així com entendre com interconnectar-los. Aquest treball ha estat el meu primer contacte amb GAMS, cosa que ha requerit un gran esforç per aprendre a utilitzar-lo.

3. Introducció

Actualment, la preocupació per trobar alternatives energètiques sostenibles als combustibles fòssils ha propiciat un creixement de les energies renovables. Una part molt important d'aquest augment de generació està sent instal·lada en xarxes de distribució.

Amb l'increment de generació distribuïda i els reptes energètics que haurem d'afrontar, cada cop es dediquen més esforços per facilitar una transició de xarxes de distribució passives a xarxes actives, intel·ligents i més eficients que es puguin adaptar a generacions i demandes canviants.

3.1. Objectius del projecte

L'objectiu principal del projecte és la implementació d'una formulació convexa exacta del flux de potència per optimitzar la planificació operativa de xarxes de distribució actives reconfigurables i que comptin amb transformadors que puguin variar la seva relació de transformació en càrrega (*On Load Tap Changer*). Aquesta formulació es basa en la relaxació anomenada programació cònica de segon ordre, que s'explicarà més endavant.

3.2. Abast del projecte

En aquest treball es formularan les equacions del flux de potència, així com models tècnics i econòmics de les dues flexibilitats esmentades en l'apartat anterior.

L'optimització de l'operació es realitzarà a partir de dades que representen les previsions del dia anterior de generació i demanda d'una xarxa donada, minimitzant els costos d'operació. No es considerarà la incertesa en el model.

Queda fora de l'abast del treball el disseny de la xarxa, així com la implementació d'altres flexibilitats.

També queda fora de l'abast d'aquest projecte la formulació d'un algorisme per trobar una solució òptima quan la relaxació no es compleixi.

4. Formulació de la planificació operativa

En aquest capítol es descriu la formulació de la planificació operacional per xarxes de distribució radials de mitja tensió (MT). Aquesta es basa en un model mixt integral que utilitza la relaxació de la programació cònica de segon ordre (SOCP) [1] per resoldre el problema d'optimització del flux de potència (OPF).

Es consideren les següents suposicions:

1. La xarxa de mitja tensió és radial i equilibrada a través de les seves fases, el qual permet la representació unifilar de la mateixa. A més, es negligeixen els components transversals perquè les línies són aèries i curtes.
2. Les càrregues i la generació es consideren agregats a cada node de la xarxa de MT.
3. Es consideren nodes *slack*, que representen la connexió entre la xarxa de transport i la de MT; i nodes PQ, que constitueixen la resta de nodes.

4.1. Equacions de Flux de Potència

4.1.1. Model Branch Flow

En aquest subapartat s'escriuen les equacions pròpies d'una xarxa sense flexibilitat. Totes les variables estan expressades en valors per unitat (pu).

El model emprat és el *Branch Flow model* (BFM) [2], que representa xarxes de distribució radials basant-se en els seus fluxos de potència. Té la particularitat que les equacions de flux de potència prenen una estructura recursiva, la qual cosa facilita la computació. La figura 4.1. representa una xarxa radial de n busos.

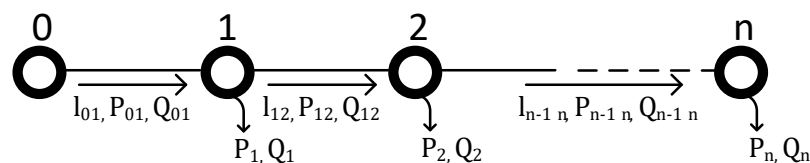


Fig. 4.1. *Branch Flow model*

La notació que s'utilitza per les línies és la següent:

1. Les línies estan definides per un node d'aigües amunt i i un node d'aigües avall j .
2. El flux de potència aparent per una línia $\underline{S}_{ij} = P_{ij} + j \cdot Q_{ij}$ és la potència de sortida del

node d'aigües amunt d'aquesta.

3. La corrent per una línia $\underline{I_{ij}}$ és la corrent de sortida del node d'aigües amunt d'aquesta.

Pels nodes es pren el criteri que la potència consumida és positiva i la generada és negativa.

D'aquesta manera, el balanç de potencia pel(s) node(s) *slack* s'expressa segons l'equació (4.1) (la potència generada és igual al flux de potència aigües avall). La seva tensió $\underline{V_{slack}}$ ve definida per la xarxa de transport, com indica l'equació (4.2).

$$-\underline{S_{it}^{Cnet}} = \sum_j \underline{S_{ijt}} \quad \forall ij \in \Omega \mid i \in \Gamma^{slack}, \forall t \in T \quad (4.1)$$

On $\underline{S_i^{Cnet}}$ és la potència aparent neta, Ω és el conjunt de totes les línies i transformadors, Γ^{slack} és el conjunt dels nodes *slack* i T és el conjunt dels períodes de temps.

$$\underline{V_{it}} = \underline{V_{slack}} \quad \forall i \in \Gamma^{slack}, \forall t \in T \quad (4.2)$$

Pels nodes PQ, l'equació (4.3) estableix que la potència neta consumida és igual al flux de potència provinent d'aigües amunt (que agrega les pèrdues) menys el flux de potència que surt aigües avall.

$$\underline{S_{it}^{Cnet}} = \sum_i (\underline{S_{ijt}} - \underline{z_{ij}} \cdot \underline{I_{ijt}^2}) - \sum_k \underline{S_{jkt}} \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.3)$$

On $\underline{z_{ij}}$ és la impedància de la línia i Γ^{PQ} és el conjunt dels nodes PQ.

L'equació (4.4) determina la tensió de qualsevol node aigües avall d'una línia, que és igual a la tensió del node aigües amunt menys la caiguda de tensió deguda a la corrent que circula per la línia i a la impedància d'aquesta.

$$\underline{V_{jt}} = \underline{V_{it}} - \underline{z_{ij}} \cdot \underline{I_{ijt}} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.4)$$

Finalment, l'equació (4.5) estableix que la potència aparent de la línia $\underline{S_{ijt}}$ és el producte de la tensió del node d'aigües amunt per la corrent conjugada de la línia:

$$\underline{S_{ijt}} = \underline{V_{it}} \cdot \underline{I_{ijt}^*} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.5)$$

On $\underline{S_{ijt}}$ és la potència aparent de la línia.

Cal destacar que les equacions (4.3) i (4.5) són no lineals i, a més, els seus espais de solucions no són regions convexes.

4.1.2. Reformulació del flux de potència

Degut a que els problemes d'optimització no treballen amb equacions complexes, cada una d'elles s'ha de considerar com dues equacions reals: una per la part real i l'altra per la imaginària.

A més, les equacions no lineals són més difícils de resoldre, per la qual cosa s'opta per fer una reformulació exacta que linealitzï l'equació (4.3) mitjançant el canvi de variables de les equacions (4.6) i (4.7).

$$l_{ijt} = I_{ijt}^2 \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.6)$$

$$u_{it} = V_{it}^2 \quad \forall i \in \Gamma, \forall t \in T \quad (4.7)$$

On l_{ijt} és el quadrat de la corrent, u_{it} és el quadrat de la tensió i Γ és el conjunt de tots els nodes.

D'aquesta manera, l'equació complexa (4.1) es reformula com les equacions reals (4.8) i (4.9).

$$-P_{it}^{Cnet} = \sum_j P_{ijt} \quad \forall ij \in \Omega \mid i \in \Gamma^{slack}, \forall t \in T \quad (4.8)$$

$$-Q_{it}^{Cnet} = \sum_j Q_{ijt} \quad \forall ij \in \Omega \mid i \in \Gamma^{slack}, \forall t \in T \quad (4.9)$$

Gràcies al canvi de variable anterior, l'equació complexa (4.2) es pot substituir per una sola equació real, la (4.10).

$$u_{it} = V_{slack}^2 \quad \forall i \in \Gamma^{slack}, \forall t \in T \quad (4.10)$$

L'equació complexa no lineal (4.4) es reformula com les equacions lineals reals (4.11) i (4.12).

$$P_{jt}^{Cnet} = \sum_i (P_{ijt} - r_{ij} \cdot l_{ijt}) - \sum_k P_{jkt} \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.11)$$

$$Q_{jt}^{Cnet} = \sum_i (Q_{ijt} - x_{ij} \cdot l_{ijt}) - \sum_k Q_{jkt} \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.12)$$

On r_{ij} i x_{ij} són, respectivament, la resistència i la reactància de la línia.

L'equació complexa (4.4) es canvia per l'equació real equivalent (4.13).

$$u_{jt} = u_{it} - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + l_{ijt} \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.13)$$

Finalment, l'equació (4.5) es reformula com l'equació (4.14). Aquesta segueix sent no lineal i el seu espai de solucions no és una regió convexa, però té la particularitat de ser la superfície d'un con quadràtic rodat.

$$l_{ijt} = \frac{P_{ijt}^2 + Q_{ijt}^2}{u_{it}} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.14)$$

4.1.3. Convexificació del flux de potència

A partir de l'equació (4.14) obtenim la relaxació cònica de segon ordre convertint-la en la inequació (4.15). Aquesta convexificació permet assegurar que es troba l'òptim global del problema, però té l'inconvenient que quan la solució no es troba en la igualtat (la relaxació no es compleix) aquesta no té sentit físic. Essencialment, la relaxació permet que es consideri una corrent fictícia que no transmet potència (però sí causa pèrdues elèctriques i caiguda de tensió). Es pot assegurar que es compleixi la relaxació si la funció objectiu té determinades característiques, que es discutiran més endavant.

Per a que sigui més tractable, l'equació (4.15) es reescriu com l'equació (4.16), la qual no té productes ni quocients entre variables.

$$l_{ijt} \geq \frac{P_{ijt}^2 + Q_{ijt}^2}{u_{it}} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.15)$$

$$4 \cdot P_{ijt}^2 + 4 \cdot Q_{ijt}^2 + (l_{ijt} - u_{it})^2 - (l_{ijt} + u_{it})^2 \leq 0 \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.16)$$

4.2. Límits d'operació

Els límits de les tensions dels nodes PQ són:

$$u_{it} \leq V_i^{\max 2} \quad \forall i \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.17)$$

On V_i^{\max} és la tensió màxima del node.

$$u_{it} \geq V_i^{\min 2} \quad \forall i \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.18)$$

On V_i^{\min} és la tensió mínima del node.

Els límits de les corrents de les línies (i transformadors) són:

$$l_{ijt} \leq I_{ij}^{m\grave{a}x^2} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.19)$$

On $I_{ij}^{m\grave{a}x}$ és la corrent màxima de la línia.

4.3. Reconfiguració

Les xarxes de distribució de MT són generalment mallades, però s'operen radialment. Això és possible degut a que algunes línies de potència de la xarxa es poden connectar i desconectar, amb la qual cosa sempre hi ha línies desconectades per a que no es formin bucles (es mantingui radicalitat). Aquesta redundància permet reconfigurar la xarxa, canviant-ne la topologia.

La reconfiguració tradicionalment s'ha utilitzat per modificar la xarxa degut a una falta, per realitzar manteniment o per descarregar línies durant canvis de consum estacionals. El fet que es realitzessin poques reconfiguracions és degut principalment a la tecnologia. Els dispositius que s'encarregaven d'aquests canvis s'operaven manualment (creava bucles momentanis a la xarxa perquè la coordinació manual no és perfecta) i tenien pocs cicles de reconexió. Això feia que les reconfiguracions fossin cares i suposessin un problema per les proteccions deguts als bucles.

Els avenços tecnològics en els dispositius han permès que es puguin controlar remotament, millorant la coordinació i reduint la duració de bucles momentanis, i que tinguin més cicles de reconexió. Això fa que la reconfiguració sigui una eina a considerar per l'OPF.

4.3.1. Model tècnic

En primer lloc, s'han d'imposar restriccions que assegurin que la reconfiguració manté una topologia radial de la xarxa. Aquestes restriccions s'han obtingut de la literatura [3].

Anomenem e_{ijt} a la variable binària que pren el valor d'1 quan la línia ij està connectada durant el període t i 0 en el cas contrari. Les línies no reconfigurables sempre estan connectades, restricció que imposa l'equació (4.20).

$$e_{ijt} = 1 \quad \forall ij \in \Omega^c, \forall t \in T \quad (4.20)$$

On Ω^c és el conjunt de línies no reconfigurables (sempre connectades).

Normalment, per mantenir radialitat és suficient imposar que el nombre de línies connectades sigui igual al nombre total de nodes de la xarxa n_N menys el nombre de nodes *slack* (que és 1), com fa l'equació (4.21).

$$\sum_{ij} e_{ijt} = n_N - 1 \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.21)$$

Tot i així, es pot donar el cas que hi hagi generació distribuïda que sigui capaç d'assolir la demanda d'un conjunt de nodes. Això pot fer possible la creació d'illes autosuficients i bucles si no s'imposen altres restriccions.

La figura 4.2 representa gràficament un exemple en el qual es poden formar bucles tot i que es respecti la restricció anterior. A l'esquerra es representa una xarxa simple amb quatre línies reconfigurables (línies de guions) i a la dreta una configuració amb bucle que es pot donar si la generació del bus 6 cobreix la demanda dels busos 3 i 6.

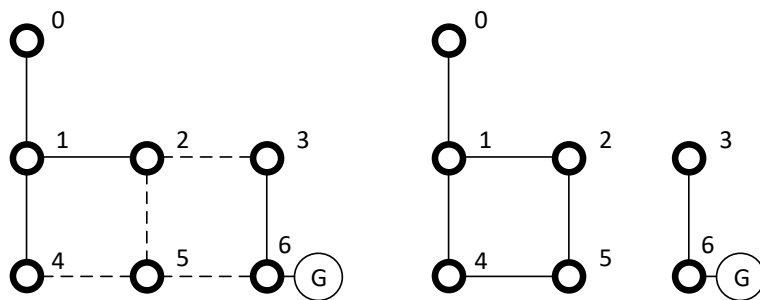


Fig. 4.2. Formació de bucles degut a la generació distribuïda

Per assegurar radialitat considerant aquests casos particulars, fa falta que es compleixi una altra restricció: que tots els nodes amb generació estiguin connectats al node *slack*.

Aquesta condició la imposem creant una demanda fictícia, que anomenarem *connectivitat* c_{jt} , en cada node amb generació que només pot ser coberta per la generació del node *slack*. El flux de connectivitat només pot passar per línies connectades. Ja que la demanda de connectivitat ha de ser coberta, la solució del OPF ha de mantenir un camí de línies connectades entre el node *slack* i cada node amb generació.

L'equació (4.22) imposa que el consum de connectivitat c_{jt} , que és la diferència entre el flux de connectivitat aigües amunt c_{ijt} menys el flux aigües avall c_{jkt} és igual a 1.

$$c_{jt} = \sum_i c_{ijt} - \sum_k c_{jkt} = 1 \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{GPQ}, \forall t \in T \quad (4.22)$$

On Γ^{GPQ} és el conjunt dels nodes PQ amb generació.

L'equació (4.23) imposa que el consum de connectivitat és 0 en els nodes sense generació (no inclou el node *slack*).

$$c_{jt} = \sum_i c_{ijt} - \sum_k c_{jkt} = 0 \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{NG}, \forall t \in T \quad (4.23)$$

On Γ^{NG} és el conjunt dels nodes PQ sense generació.

És necessari imposar que el flux de connectivitat sigui 0 en les línies no connectades, però no podem multiplicar directament e_{ijt} per c_{ijt} ja que el producte d'una variable binària per una variable continua pot donar lloc a no-convexitats. Per aquest motiu, les equacions (4.24) i (4.25) són restriccions disjuntives que assoleixen aquest objectiu amb el producte d'una variable binària per n_N^{GPQ} . En aquest cas el paràmetre gran és el nombre de nodes PQ amb generació perquè coincideix amb el màxim valor que pot prendre el flux de connectivitat, limitant així l'espai de solucions (correspon al flux aigües avall del node *slack* en el cas que només formi part d'una sola línia).

$$c_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot n_N^{GPQ} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.24)$$

On n_N^{GPQ} és el nombre de nodes PQ amb generació.

$$c_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot n_N^{GPQ} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.25)$$

Per la generació de connectivitat del node *slack* no cal incloure una restricció perquè queda determinada per la resta d'equacions, ja que és igual a la fluxos de connectivitat aigües avall.

Ara que ja hem imposat que la topologia de la xarxa sempre sigui radial, hem de modificar equacions de l'apartat anterior per reflectir que hi ha línies que poden no estar connectades.

En primer lloc, s'ha d'implementar l'estat de connexió de les línies a les equacions del flux de potència. Concretament, s'ha de forçar que els fluxos de potència per línies desconnectades siguin zero. Tot i així, s'ha de tenir en compte que el producte d'una variable binària per una variable continua pot provocar no-convexitats. Per aquest motiu, s'implementen les equacions (4.26-4.29), en les quals el producte és entre una variable binària i un paràmetre gran (s'utilitzen els límits dels fluxos de potència per reduir l'espai de resultats, però es poden utilitzar valors amb mòduls superiors).

$$P_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot P_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.26)$$

On P_{ij}^{\max} és el flux màxim de potència activa i Ω^{rec} és el conjunt de línies reconfigurables.

$$P_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot P_{ij}^{\min} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.27)$$

On P_{ij}^{\min} és el flux mínim de potència activa.

$$Q_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot Q_{ij}^{m\acute{a}x} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.28)$$

On $Q_{ij}^{m\acute{a}x}$ és el flux màxim de potència reactiva.

$$Q_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot Q_{ij}^{m\acute{i}n} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.29)$$

On $Q_{ij}^{m\acute{i}n}$ és el flux mínim de potència reactiva.

En segon lloc, l'equació (4.13) que fixa la tensió dels nodes PQ j també ha de ser modificada perquè en el cas que la línia ij estigui desconnectada la tensió del node j s'iguali a la tensió del node i mentre que aquestes tensions haurien de ser independents. Per aquest motiu, l'equació (4.13) es substitueix per les equacions (4.30), (4.31) i (4.32).

L'equació (4.30) té la mateixa expressió que la (4.13) però només s'aplica a línies no reconfigurables.

$$u_{jt} = u_{it} - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + l_{ijt} \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (4.13)$$

$$u_{jt} = u_{it} - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + l_{ijt} \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad \forall ij \in \Omega^c, \forall t \in T \quad (4.30)$$

Les equacions (4.31) i (4.32) són restriccions disjunts [4] que aconseguen que l'expressió de l'equació sigui equivalent a l'equació (4.13) (ò 4.30) per línies reconfigurables connectades; mentre que permet que la tensió dels dos nodes de línies desconnectades siguin independents.

$$u_{jt} \leq u_{it} - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + l_{ijt} \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) + (V_i^{m\acute{a}x^2} - V_i^{m\acute{i}n^2}) \cdot (1 - e_{ijt}) \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.31)$$

$$u_{jt} \geq u_{it} - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + l_{ijt} \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) - (V_i^{m\acute{a}x^2} - V_i^{m\acute{i}n^2}) \cdot (1 - e_{ijt}) \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.32)$$

Per claredat, adjunto la demostració que les equacions (4.31) i (4.32) independitzen les tensions dels nodes de qualsevol línia desconnectada.

Si $e_{ijt} = 0$ i la relaxació es compleix

$$P_{ijt} = 0 \text{ i } Q_{ijt} = 0 \text{ (segons 4.26 – 4.29) }, l_{ijt} = 0 \text{ (segons 4.14)}$$

$$u_{jt} \leq u_{it} + (V_i^{\max^2} - V_i^{\min^2}) \geq V_i^{\max^2} \text{ (segons 4.31)}$$

$$u_{jt} \geq u_{it} - (V_i^{\max^2} - V_i^{\min^2}) \leq V_i^{\min^2} \text{ (segons 4.32)}$$

La demostració anterior indica que les restriccions de les tensions de les equacions (4.31) i (4.32) són menys restrictives que els límits de tensió imposats per les equacions (4.17) i (4.18).

4.3.2. Variables de registre

Per comptar el nombre de reconfiguracions es crea una variable de registre Δe_{ij} que es calcula mitjançant el mètode lineal descrit a continuació, obtingut de [5].

Primerament, es crea una variable temporal e_{ijt}^X que pren el valor 1 pel període t si en la línia reconfigurable ij ha estat connectada tant en el període anterior com en l'actual; i pren el valor 0 en qualsevol altre cas. Pel primer període es considera un estat de connexió inicial e_{ij0} , que en aquest document s'igual a l'estat de connexió del darrer període e_{ijtmax} . Les equacions (4.33-4.37) implementen el càlcul d' e_{ijt}^X .

$$e_{ijt}^X \leq e_{ijt} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.33)$$

$$e_{ijt}^X \leq e_{ijtmax} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t = 1 \quad (4.34)$$

$$e_{ijt}^X \geq e_{ijtmax} + e_{ijt} - 1 \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t = 1 \quad (4.35)$$

$$e_{ijt}^X \leq e_{ijt-1} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t > 1, t \in T \quad (4.36)$$

$$e_{ijt}^X \geq e_{ijt-1} + e_{ijt} - 1 \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t > 1, t \in T \quad (4.37)$$

En segon lloc, es crea una segona variable temporal e_{ijt}^C que pren el valor 1 pel període t si la línia ij ha canviat el seu estat de connexió respecte al període passat; i pren el valor 0 en el cas contrari. Les equacions (4.38) i (4.39) implementen el càlcul d' e_{ijt}^C .

$$e_{ijt}^C = e_{ijtmax} + e_{ijt} - 2 \cdot e_{ijt}^X \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t = 1 \quad (4.38)$$

$$e_{ijt}^C = e_{ijt-1} + e_{ijt} - 2 \cdot e_{ijt}^X \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t > 1, t \in T \quad (4.39)$$

Finalment, l'equació (4.40) calcula el total de reconfiguracions d'una línia ij .

$$\Delta e_{ij} = \sum_t e_{ijt}^C \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, t > 1, t \in T \quad (4.40)$$

4.3.3. Model econòmic

Els costos de reconfiguració s'obtenen amb el producte del nombre de reconfiguracions pel seu cost individual, segons l'equació (4.41).

$$cost_{rec} = \sum_{ij} \Delta e_{ij} \cdot \rho_{ij}^{rec} \quad \forall ij \in \Omega^{rec} \quad (4.41)$$

On ρ^{rec} és el cost de reconfiguració de la línia ij .

4.4. On-Load Tap Changer

Un canviador de preses en càrrega o *On-Load Tap Changer* (OLTC) és un mecanisme que permet canviar la relació de transformació, en passos discrets anomenats preses o *taps*, d'un transformador en càrrega. Això permet modificar la relació de transformació al secundari del transformador.

Els OLTC tradicionals són mecànics i funcionen mitjançant seleccionadors de *taps* i interruptors de desviament. En canvi, els més moderns utilitzen interruptors d'electrònica de potència híbrids que garanteixen la continuïtat de la corrent. El seu cost és superior perquè requereixen circuits auxiliars per controlar els interruptors, però a canvi són més fiables i no produeixen arcs.

4.4.1. Model tècnic

Es modela el transformador amb OLTC com una línia ij amb una relació de transformació discreta rt i que pot ser desconnectada com si fos reconfigurable. Cada presa o *tap* q del transformador té una relació de transformació diferent d_{qij} . La relació de transformació del transformador és igual a la relació de transformació del *tap* actiu q .

La figura 4.3. representa seu circuit equivalent vist des del secundari.

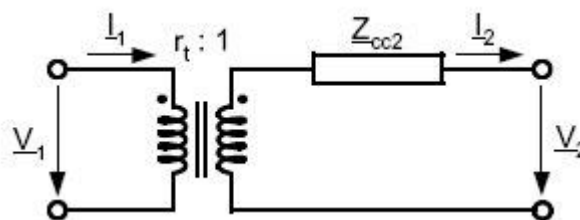


Fig. 4.3. Model del transformador amb OLTC (obtinguda de [6])

La selecció del *tap* per l'OLTC es modela amb una variable binària w_{qijt} que pren el valor 1 si el *tap* q del transformador ij està seleccionat durant el període t i 0 en el cas contrari. L'equació (4.42) imposa que només un *tap* pot estar seleccionat alhora i l'equació (4.43) obté la relació de transformació del transformador.

$$\sum_q w_{qijt} = 1 \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.42)$$

On Ψ_{ij} és el conjunt dels *taps* del transformador ij i Ω^{traf} és el conjunt dels transformadors.

$$rt_{ijt} = \sum_q d_{qij} \cdot w_{qijt} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.43)$$

Aquesta relació de transformació ha de ser introduïda a les equacions de tensió i flux de potència.

La corrent que provoca una baixada de tensió és la del secundari \underline{I}_{2ijt} , que és igual al producte de la corrent del primari \underline{I}_{1ijt} per la relació de transformació. Aquesta corrent del primari és la que el BFM defineix com la corrent ij . L'equació (4.44) expressa \underline{I}_{2ijt} en funció de la corrent ij ; mentre que l'equació (4.45) és una reformulació que ens permet treballar sense fasors.

$$\underline{I}_{2ijt} = \underline{I}_{ijt} \cdot rt_{ijt} \quad \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.44)$$

$$l_{2ijt} = l_{ijt} \cdot rt_{ijt}^2 \quad \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.45)$$

Anàlogament, l'equació (4.46) expressa l'expressió de la tensió del secundari d'un transformador i (4.47) és la reformulació que elimina els fasors.

$$\underline{V}_{jt} = \underline{V}_{it}/r_{ijt} - \underline{z}_{ij} \cdot \underline{I}_{ijt} \cdot r_{ijt} \quad \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.46)$$

$$u_{jt} = \frac{u_{it}}{rt_{ijt}^2} - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + l_{ijt} \cdot rt_{ijt}^2 \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) \quad \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.47)$$

Tant l'equació (4.46) com la (4.47) contenen el producte d'una variable continua per una variable binària, la qual cosa pot provocar no-convexitats. Per aquest motiu és necessària una reformulació exacta, obtinguda de la literatura [7].

S'introdueixen dues variables positives δ_{qijt} i γ_{qit} . La variable δ_{qijt} pren el valor del quadrat de la corrent l_{ijt} durant el període t si el *tap* q ha estat seleccionat i 0 en el cas contrari. Per la seva banda, la variable γ_{qit} pren el valor del quadrat de la tensió del primari u_{it} durant el període t si el *tap* q ha estat seleccionat i 0 en el cas contrari.

Les equacions (4.48-4.50) implementen el càlcul de la variable δ_{qijt} . Aquestes equacions asseguruen que no es limita l_{ijt} quan el *tap* q no és seleccionat mitjançant un paràmetre gran (en aquest cas s'utilitza $I_{ij}^{m\grave{a}x^2}$ per reduir l'espai de solucions, però podria ser un valor major).

$$\delta_{qijt} \leq I_{ij}^{m\grave{a}x^2} \cdot w_{qijt} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.48)$$

$$\delta_{qijt} \leq l_{ijt} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.49)$$

$$\delta_{qijt} \geq l_{ijt} - I_{ij}^{m\grave{a}x^2} \cdot (1 - w_{qijt}) \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.50)$$

Anàlogament, les equacions (4.51-4.53) implementen el càlcul de la variable γ_{qit} . Aquestes equacions asseguruen que no es limita u_{it} quan el *tap* q no és seleccionat mitjançant un paràmetre gran (en aquest cas s'utilitza $V_i^{m\grave{a}x^2}$ per reduir l'espai de solucions, però podria ser un valor major).

$$\gamma_{qit} \leq V_i^{m\grave{a}x^2} \cdot w_{qijt} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.51)$$

$$\gamma_{qit} \leq u_{it} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.52)$$

$$\gamma_{qit} \geq u_{it} - V_i^{m\grave{a}x^2} \cdot (1 - w_{qijt}) \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.53)$$

Un cop tenim aquesta reformulació, podem procedir a modificar les equacions del flux de potència i de la tensió que calgui.

Començant pel flux de potència, modifiquem les equacions (4.6) i (4.12) per reflectir que les pèrdues en el cas del transformador es calculen amb la corrent de secundari. Obtenim les equacions (4.54) i (4.55).

$$P_{jt}^{Cnet} = \sum_i (P_{ijt} - r_{ij} \cdot l_{ijt}) - \sum_k P_{jkt} \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.6)$$

$$P_{jt}^{Cnet} = \sum_i (P_{ijt} - r_{ij} \cdot l_{ijt}) + \sum_h (P_{hjt} - r_{hj} \cdot \sum_q (d_{qhj}^2 \cdot \delta_{qhjt})) - \sum_k P_{jkt} \\ \forall q \in \Psi_{hj}, (\forall hj \in \Omega^{traf}, \forall ij \in (\Omega^{rec} \cup \Omega^c) \text{ and } \forall jk \in \Omega) \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.54)$$

$$Q_{jt}^{Cnet} = \sum_i (Q_{ijt} - x_{ij} \cdot l_{ijt}) - \sum_k Q_{jkt} \quad \forall ij \text{ and } \forall jk \in \Omega \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.12)$$

$$Q_{jt}^{Cnet} = \sum_i (Q_{ijt} - x_{ij} \cdot l_{ijt}) + \sum_h (Q_{hjt} - x_{hj} \cdot \sum_q (d_{qhj}^2 \cdot \delta_{qhjt})) - \sum_k Q_{jkt}$$

$$\forall q \in \Psi_{hj}, (\forall hj \in \Omega^{traf}, \forall ij \in (\Omega^{rec} \cup \Omega^c) \text{ and } \forall jk \in \Omega) \mid j \in \Gamma^{PQ}, \forall t \in T \quad (4.55)$$

En segon lloc, afegim les equacions (4.56) i (4.57) per definir les tensions als secundaris dels transformadors.

$$u_{jt} \leq \sum_q \left(\frac{1}{d_{qijt}^2} \cdot \gamma_{qit} \right) - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + \\ + \sum_q (d_{qij}^2 \cdot \delta_{qijt}) \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) + (V_i^{\max^2} - V_i^{\min^2}) \cdot (1 - e_{ijt}) \\ \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.56)$$

$$u_{jt} \geq \sum_q \left(\frac{1}{d_{qij}^2} \cdot \gamma_{qit} \right) - 2(r_{ij} \cdot P_{ijt} + x_{ij} \cdot Q_{ijt}) + \\ + \sum_q (d_{qij}^2 \cdot \delta_{qijt}) \cdot (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) - (V_i^{\max^2} - V_i^{\min^2}) \cdot (1 - e_{ijt}) \\ \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.57)$$

Finalment, s'han de canviar les equacions (4.26-4.29) per altres que també afectin als transformadors: les equacions (4.58-4.61).

$$P_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot P_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.26)$$

$$P_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot P_{ij}^{\min} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.27)$$

$$Q_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot Q_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.28)$$

$$Q_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot Q_{ij}^{\min} \quad \forall ij \in \Omega^{rec}, \forall t \in T \quad (4.29)$$

Es canvien per

$$P_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot P_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in (\Omega^{rec} \cup \Omega^{traf}), \forall t \in T \quad (4.58)$$

$$P_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot P_{ij}^{\min} \quad \forall ij \in (\Omega^{rec} \cup \Omega^{traf}), \forall t \in T \quad (4.59)$$

$$Q_{ijt} \leq e_{ijt} \cdot Q_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in (\Omega^{rec} \cup \Omega^{traf}), \forall t \in T \quad (4.60)$$

$$Q_{ijt} \geq e_{ijt} \cdot Q_{ij}^{\min} \quad \forall ij \in (\Omega^{rec} \cup \Omega^{traf}), \forall t \in T \quad (4.61)$$

4.4.2. Variables de registre

Anàlogament al cas de la reconfiguració, per comptar el nombre de canvis de *taps* d'un transformador *ij* es crea una variable de registre Δw_{ij} que es calcula mitjançant el mètode lineal descrit a continuació (també obtingut de [5]).

Primerament, es crea una variable temporal w_{qijt}^X que pren el valor 1 pel període *t* si el tap *q* del transformador *ij* ha estat seleccionat tant en el període anterior com en l'actual; i pren el valor 0 en qualsevol altre cas. Pel primer període es considera un estat de connexió inicial w_{qij0} , que en aquest document s'igualava al tap seleccionat del darrer període $w_{qijtmax}$. Les equacions (4.62-4.66) implementen el càlcul d' w_{qijt}^X .

$$w_{qijt}^X \leq w_{qijt} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, \forall t \in T \quad (4.62)$$

$$w_{qijt}^X \leq w_{qijtmax} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t = 1 \quad (4.63)$$

$$w_{qijt}^X \geq w_{qijtmax} + w_{qijt} - 1 \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t = 1 \quad (4.64)$$

$$w_{qijt}^X \leq w_{qijt-1} \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t > 1, t \in T \quad (4.65)$$

$$w_{qijt}^X \geq w_{qijt-1} + w_{qijt} - 1 \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t > 1, t \in T \quad (4.66)$$

En segon lloc, es crea una segona variable temporal w_{qijt}^C que pren el valor 1 pel període *t* si el tap *q* del transformador *ij* ha passat de no estar seleccionat a estar-ho o viceversa respecte al període passat; i pren el valor 0 en els altres cas. Les equacions (4.67) i (4.68) implementen el càlcul d' w_{qijt}^C .

$$w_{qijt}^C = w_{qijtmax} + w_{qijt} - 2 \cdot w_{qijt}^X \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t = 1 \quad (4.67)$$

$$w_{qijt}^C = w_{qijt-1} + w_{qijt} - 2 \cdot w_{qijt}^X \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t > 1, t \in T \quad (4.68)$$

Finalment, l'equació (4.69) calcula el total de canvis de *taps* d'una transformador *ij*.

$$\Delta w_{ij} = 0.5 \cdot \sum_q \sum_t w_{qijt}^C \quad \forall q \in \Psi_{ij}, \forall ij \in \Omega^{traf}, t > 1, t \in T \quad (4.69)$$

4.4.3. Model econòmic

Els costos dels canvis de relació de transformació s'obtenen amb el producte del nombre de

canvis pel seu cost individual, segons l'equació (4.70).

$$cost_{traf} = \sum_{ij} \Delta w_{ij} \cdot \rho_{ij}^{traf} \quad \forall ij \in \Omega^{traf} \quad (4.70)$$

On ρ_{ij}^{traf} és el cost de canvi de relació de transformació del transformador ij .

4.5. Funció objectiu

L'objectiu del problema OPF és minimitzar els costos d'operació de la xarxa elèctrica. Això comprèn les pèrdues elèctriques i els costos associats a les flexibilitats emprades.

La funció objectiu correspon a l'equació (4.71).

$$Cost = \left(\sum_{ijt} r_{ij} \cdot l_{ijt} + \sum_{mnt} \left(r_{mn} \cdot \sum_q (d_{qmn}^2 \cdot \delta_{qmnt}) \right) \right) \cdot \rho^{pèrd} + \sum_{lk} \Delta e_{lk} \cdot \rho_{lk}^{rec} + \sum_{mn} \Delta w_{mn} \cdot \rho_{mn}^{traf}$$

$$\forall ij \in (\Omega^c \cup \Omega^{rec}), \forall lk \in \Omega^{rec}, \forall mn \in \Omega^{traf} \quad (4.71)$$

On $\rho_{ij}^{pèrd}$ és el cost de les pèrdues elèctriques.

Per tal de garantir que la solució del problema té sentit físic és necessari assegurar que la relaxació es compleix. La relaxació és exacta per xarxes radials sempre que es compleixin les següents quatre condicions [8] [9]:

1. La xarxa està connectada.
2. La funció objectiu del problema és convexa.
3. La funció objectiu és estrictament creixent amb el quadrat de la corrent l_{ij} , no creix amb la càrrega i és independent de la potència aparent S .
4. El problema és factible.

En primer lloc, la condició 1 ha sigut imposada a l'apartat 4.3.1. En segon lloc, la condició 4 és trivial, perquè un problema no factible no es pot resoldre de cap manera. Finalment, les condicions 2 i 3 depenen de la funció objectiu.

Mentre que la condició 2 és compleix, no és així en el cas de la condició 3. Això és degut a que la funció objectiu no és estrictament creixent amb el quadrat de la corrent. Tot i així, la funció sí que creix amb el quadrat de la corrent, per la qual cosa en la majoria de casos la relaxació es complirà.

Els casos en els que no es compleix són aquells en els quals, per tal de complir alguna

restricció, és més econòmic incrementar les pèrdues elèctriques amb corrent fictícia (corrent que no transmet potència) que utilitzar alguna de les flexibilitats.

Per exemple, si es requereix baixar la tensió en algun bus això es pot realitzar incrementant la caiguda de tensió de les línies que condueixen a aquest augmentant la corrent que passa per aquestes. Tot i que aquesta restricció pugui ser coberta per alguna flexibilitat (el problema és factible) si el cost de les pèrdues ocasionades per la corrent fictícia és menor que l'ús d'aquestes flexibilitats, la solució òptima no complirà la relaxació.

Aquest resultat ens indica el límit inferior dels costos d'operació de la xarxa, però el que realment interessa és obtenir una solució òptima útil. Hi ha mètodes per recuperar una solució que correspongui a un òptim local, però estan més enllà de l'abast d'aquest projecte.

Ara bé, també es pot donar el cas que el problema no sigui factible quan la relaxació es compleix, però que es trobi una solució que no la compleixi. Això implica que quan la relaxació no es compleix, no es pot saber immediatament si el problema és factible o no.

Per comprovar si el problema és factible, es pot utilitzar una funció objectiu que sigui estrictament creixent amb el quadrat de la corrent. D'aquesta manera, si la relaxació no es compleix es degut a que el problema no té cap solució amb sentit físic.

La funció emprada per aquesta tasca és la de l'equació (4.72), que només considera les pèrdues elèctriques.

$$Pèrdues = \sum_{ijt} r_{ij} \cdot l_{ijt} + \sum_{mnt} (r_{mn} \cdot \sum_q (d_{qmn}^2 \cdot \delta_{qmnt})) \quad \forall ij \in (\Omega^c \cup \Omega^{rec}), \forall mn \in \Omega^{traf} \quad (4.72)$$

5. Aplicació de la formulació

En aquest capítol es posa en pràctica la formulació desenvolupada en el capítol anterior. Aquesta formulació comprèn dues flexibilitats discretes (reconfiguració i OLTC) i reformula diverses equacions per tal de convexificar el problema del flux de potència òptim OPF. Aquestes reformulacions ens permeten derivar MISOCP (*mixed integer second order cone programming*) per fer front al problema de planificació operacional de xarxes de distribució i obtenir solucions òptimes globalment i exactes.

Es resultats que es presentaran en aquest capítol es basaran en tests realitzats amb la xarxa elèctrica de proves d'IEEE, la xarxa Baran, i en els paràmetres de test escollits.

5.1. Xarxa de proves: *The Baran network*

La xarxa Baran [10] és una xarxa de proves de 12,66 kV que compta amb 33 busos i 37 línies, totes reconfigurables i 5 de les quals són normalment obertes (per a que la xarxa tingui una configuració radial, hi ha d'haver 5 línies obertes en tot moment).

La figura 5.1 és una representació de la xarxa Baran, on les línies normalment obertes estan representades amb guions.

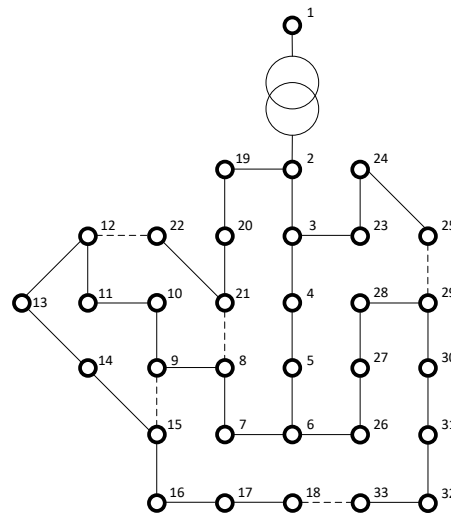


Fig. 5.1. La xarxa de proves Baran

Aquesta xarxa, originalment, no compta amb generació distribuïda, però s'hi ha afegit generadors als nodes 2, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 21, 24, 25, 26, 29, 30, 32. Les dades horàries de generació i demanda dels busos han estat proporcionats pel CITCEA i no s'inclouran en aquest document.

Pel transformador es considera que compta amb 19 *taps*, oferint una relació de transformació que pot variar entre 0,91 i 1,09 amb intervals regulars de 0,1 pu.

El període durant el que es realitza l'optimització és de 24 hores, ja que representa que s'utilitza per planificar l'operació de la xarxa del dia següent. Es considera que tant la configuració de la xarxa com la relació de transformació del transformador es poden canviar cada hora.

5.2. Paràmetres de test

En aquest apartat es definiran els paràmetres tant de les restriccions tècniques com dels costos de les pèrdues i les flexibilitats.

5.2.1. Paràmetres tècnics

Els paràmetres tècnics seleccionats són valors típics que sol presentar una xarxa de distribució de mitjana tensió d'aquestes característiques.

En primer lloc, la tensió del bus *slack* és fixa a 1 pu. A partir d'aquí es considera que la variació tensió màxima admissible és del 5%, per tant la tensió mínima de tots els nodes és de 0.95 pu i la màxima d'1,05 pu.

En segon lloc, la corrent màxima de totes les línies es fixa a 195 A, que correspon a 4,28 pu. Els límits superiors de flux de potència per totes les línies, tant d'activa com de reactiva, s'estableixen a 4,50 pu. Els límits inferiors, de la mateixa manera, són de -4,50 pu.

Per una millor lectura, la taula 5.1 resumeix els valors dels paràmetres tècnics.

Símbol	V_{slack}	V_i^{min}	V_i^{max}	I_{ij}^{max}	P_{ij}^{max}	P_{ij}^{min}	Q_{ij}^{max}	Q_{ij}^{min}
Valor	1 pu	0,95 pu	1,05 pu	4,28 pu	4,50 pu	-4,50 pu	4,50 pu	-4,50 pu

Taula. 5.1. Paràmetres tècnics del test

5.2.2. Paràmetres dels costos

El cost de les pèrdues es basa en el valor de mercat aproximat de l'electricitat mentre que els costos de les flexibilitats s'han obtingut de la literatura.

Així doncs, en primer lloc s'assigna un cost a les pèrdues elèctriques de 60 € per cada MWh, el cost de cada reconfiguració d'una línia d'1 € [11] i, finalment, el cost de cada canvi de relació de transformació de 0,25 € [12].

Per conveniència, la taula 5.2 compila els costos.

Símbol	$\rho^{pèrd}$	ρ^{rec}	$V_i^{màx}$
Valor	60 €/MWh	1 €/reconfiguració línia	0,25 €/canvi tap

Taula. 5.2. Costos de les pèrdues i les flexibilitats

5.3. Resultats

En aquest apartat es presenten els resultats obtinguts al aplicar la formulació de planificació operacional desenvolupada en aquest treball.

Es simularan dos casos que únicament es diferenciï en que el primer no incorpora cap flexibilitat mentre que el segon disposarà tant de la reconfiguració com de la variació de la relació de transformació. Això permet tenir una referència per poder avaluar la utilitat de les flexibilitats.

5.3.1. Xarxa sense flexibilitats

Per aquest cas, es fixa la relació de transformació a 1, s'eliminen les línies normalment obertes i es defineixen les 35 línies restants com a línies no reconfigurables (sempre connectades). La configuració que pren la xarxa està il·lustrada a la figura 5.2.

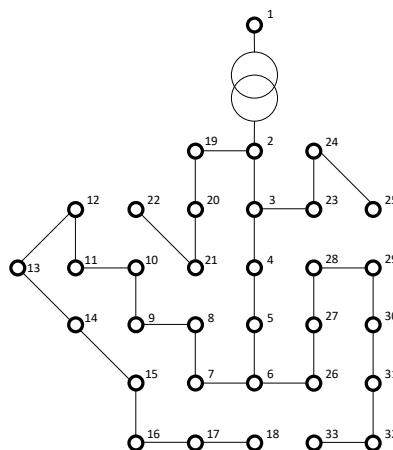


Fig. 5.2. Configuració de la xarxa sense flexibilitats

Si no es realitza cap altre canvi, el problema no és factible ja que la caiguda de tensió és superior als 0,05 pu establert en l'apartat anterior. Per aquest motiu, s'eliminen aquestes restriccions per tal de poder resoldre el problema. Les tensions inferiors a 0.95 pu o superiors a 1.05 pu es consideren com a violacions dels límits de tensions.

Un cop introduïda aquesta modificació, GAMS resol el cas sense problemes. Podem observar les tensions dels busos durant el període de test de 24 hores a la figura 5.3. Aquesta imatge representa les tensions de cada node a cada hora amb una escala de colors, on les tensions majors estan representades en groc i les menors en blau marí.

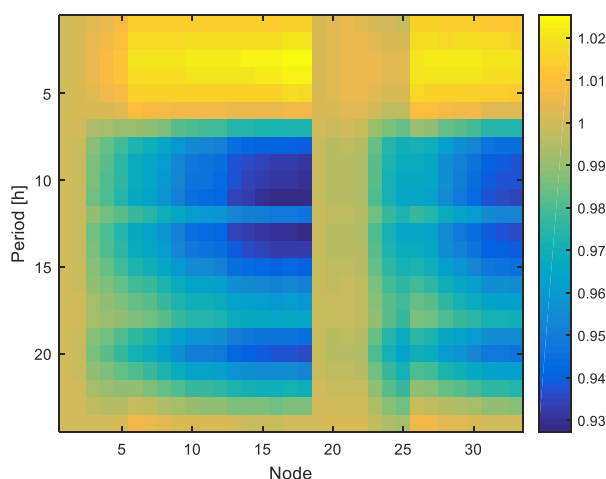


Fig. 5.3. Tensions horàries en pu de la xarxa sense flexibilitats

La figura 5.4 permet una visualització més clara dels valors de les tensions a costa de no transmetre a quina hora correspon cada corba. En blau estan representades les corbes de tensió, cada una corresponent a una hora, i les rectes vermelles representen els límits de tensió.

La tensió menor és la del node 18 a l'hora 11, amb un valor de 0,927 pu. Dels 792 càlculs de tensió hi ha 106 incompliments del límit inferior de tensió, un 13,4% del total. Aquests incompliments estan concentrats en la branca formada pels nodes 10-18 i ocorren al voltant del migdia i de les 20 hores. Queda patent, doncs, que la xarxa pateix problemes de subtensió, especialment a les hores de major consum.

Finalment, el cost d'operació de la xarxa, corresponent a pèrdues elèctriques, és de 128,52 €.

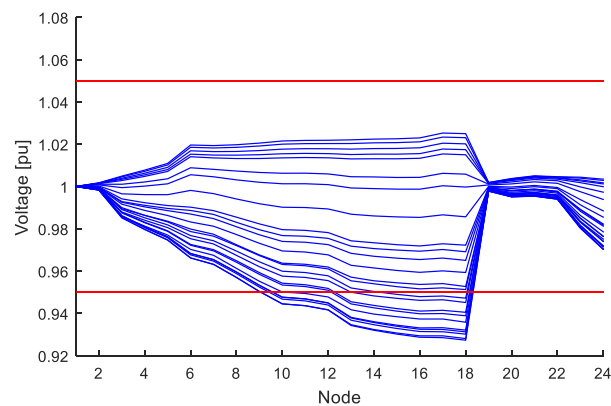


Fig. 5.4. Corbes de tensió de la xarxa sense flexibilitats

5.3.2. Xarxa amb flexibilitats

Ara es simula la xarxa amb les dues flexibilitats disponibles i els paràmetres establerts a l'apartat 5.3.1.

Tot i que la configuració de la xarxa i la relació de transformació poden canviar cada hora, la solució òptima trobada estableix una sola configuració per les 24 hores i només 2 canvis de relació de transformació.

La configuració assignada pels 24 períodes està representada a la figura 5.5. Les línies desconnectades en aquesta configuració són {8-21, 12-22, 14-15, 25-29, 32-33}.

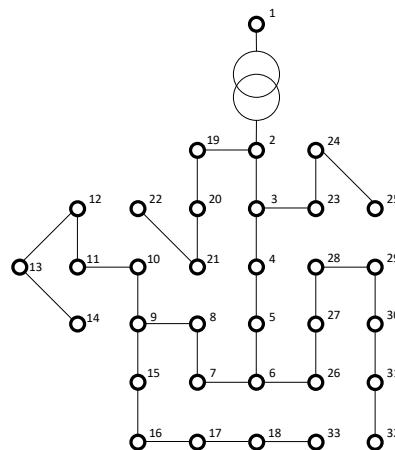


Fig. 5.5. Configuració de la xarxa amb flexibilitats

En quant als *taps* seleccionats, de l'hora 1 a la 6 la relació de transformació és de 0,98; canvia a partir de l'hora 7 a 0,95 fins l'hora 23 i torna a 0,98 a l'hora 24.

Com a l'apartat anterior, podem visualitzar les tensions horàries de cada node amb el mapa

de calor de la figura 5.6 o amb les corbes de la figura 5.7.

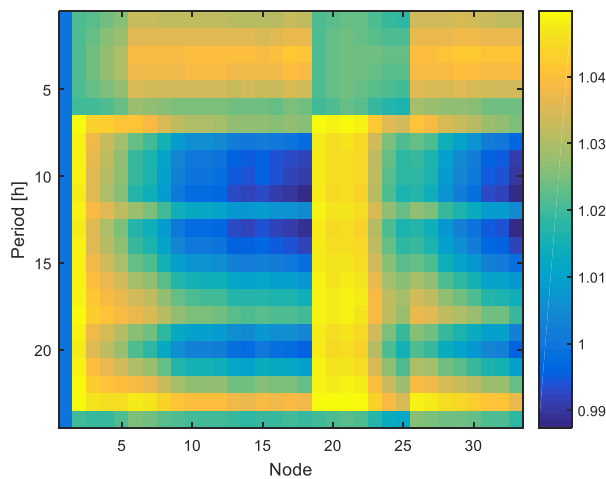


Fig. 5.6. Tensions horàries en pu de la xarxa amb flexibilitats

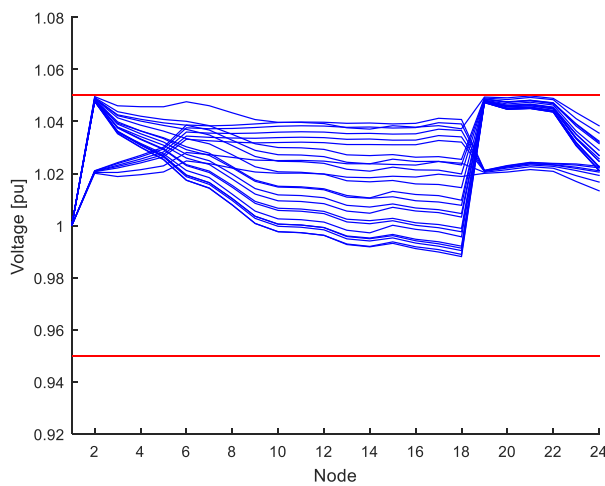


Fig. 5.7. Corbes de tensió de la xarxa amb flexibilitats

Comparat amb el cas sense flexibilitats, podem comprovar que les tensions són més altes, essent la mínima tensió la del node 33 a l'hora 11 amb un valor de 0,987 pu. Això és degut a que, per la mateixa potència transmesa, quan major és la tensió menors són les pèrdues. Per tant, el transformador sempre tindrà assignada la menor relació de transformació possible.

El motiu pel qual a les hores amb menor demanda la relació de transformació augmenta és que la generació distribuïda supera provoca que la tensió aigües avall sigui superior que al

secundari del transformador. Mantenir la mateixa relació de transformació provocaria que alguns nodes tinguessin una tensió superior a 1.05 pu, la qual cosa és una violació del límit superior de tensió.

En darrer lloc, el cost d'operació de la xarxa en aquest cas és de 111,52 €, desglossats en 111,02 € corresponents a pèrdues elèctriques i 0,50 € corresponents a les modificacions de la relació de transformació.

Tenint en compte que el cost del cas sense flexibilitats és de 128,52 €, podem concloure que les flexibilitats han suposat una reducció del cost d'operació i, principalment, han eliminat les subtensions.

Conclusions

En aquest projecte s'ha implementat amb Matlab i GAMS una formulació de planificació operativa basada en la convexificació de les equacions del flux de potència mitjançant la programació cònica de segon ordre. Aquesta implementació permet trobar una solució òptima i exacta al problema del flux de potència. L'algorisme està realitzat de tal manera que mitjançant una plantilla de Matlab es poden introduir els paràmetres de xarxes molt diferents i obtenir una solució sense haver de modificar les equacions.

La formulació d'aquest treball inclou dues flexibilitats discretes: la reconfiguració de la xarxa mitjançant la connexió i desconexió de línies i la modificació de la relació de transformació dels transformadors. Per tal de convexificar-les s'han emprat diverses reformulacions obtingudes de la literatura.

En quant a la relaxació emprada, s'han identificat casos que poden fer que la relaxació no es compleixi tot i que el problema sigui factible. Concretament ocorre quan, per tal d'evitar sobretensions, la solució òptima és afegir corrent fictícia (que no transmet potència) per provocar una caiguda de tensió ja que l'increment de cost degut a l'augment de pèrdues elèctriques és menor que la utilització d'una flexibilitat.

També s'ha proposat un mètode per identificar si un problema que no convergeix és factible o no. Aquest consisteix en canviar la funció objectiu per una que només consisteixi en les pèrdues elèctriques. Degut a que aquesta funció és estrictament creixent amb el quadrat de la corrent, si el problema és factible llavors convergirà; si no convergeix sabrem que no és factible.

Després d'haver realitzat la formulació, s'ha comprovat el seu correcte funcionament, resolent un cas sense flexibilitat i un altre que les inclou amb l'objectiu de comparar-los. Això ha servit per demostrar que es poden utilitzar flexibilitats per reduir els costos d'operació o per garantir els estàndards desitjats de qualitat de l'energia elèctrica consumida.

Treballs futurs

Aquest projecte té com a objectiu la implementació d'una formulació que permeti trobar la solució òptima del flux de potència d'una xarxa mitjançant flexibilitats. Ja que només s'han implementat dues flexibilitats, una opció de millora seria implementar-ne d'altres com poden ser sistemes d'emmagatzematge, càrregues controlables, etc.

Una altra millora seria la inclusió d'un algorisme que recuperi una solució òptima quan el problema és factible però la relaxació no es compleix.

Finalment, també es podria incloure incertesa a la formulació; ja que la planificació operacional es realitza mitjançant previsions,

Pressupost

Concepte	Unitats	Preu unitari	Preu total [€]
Costos d'enginyeria			
Mà d'obra	320 h	25 €/h	8000,00
Costos administratius	1	675 €	675,00
Subtotal			8675,00
Hardware i software			
Portàtil	0,25	1000 €	250,00
Llicència acadèmica GAMS	1	640 €	640,00
Llicència acadèmica Matlab	0,20	500 €	100,00
Paquet Office	0,10	150 €	15,00
Subtotal			1005,00
Total abans d'imposts			9680,00
I.V.A. (21%)			2032,80
Total net			11712,80

Impacte ambiental

Degut a que aquest treball ha consistit en implementar una programa que permeti optimitzar l'operació d'una xarxa donada i no en realitzar cap projecte físic, l'únic impacte ambiental a considerar és el que ha tingut l'elaboració del treball en sí.

Per aquest motiu, l'únic impacte ambiental que es considera és el degut a les emissions de CO₂ degudes a l'energia elèctrica consumida. Els elements que es consideren són el portàtil, la calefacció i la il·luminació del departament.

El consum d'energia elèctrica es detalla a la taula següent:

Element	Potència [kW]	Utilització [h]	Energia [kWh]
Portàtil	0,135	320	43,20
Calefacció per persona	0,250	192	48,00
Il·luminació	0,010	32	0,32
Total			91,52

S'estima que les emissions de CO₂ per kWh elèctric són d'aproximadament 0,3 kg CO₂, amb la qual cosa les emissions degudes a la realització del projecte són de **27,46 kg CO₂**.

Agraïments

Per començar, expresso el meu profund agraïment a la Dra. Mònica Aragüés i al Dr. Eduard Bullich per tot el suport proporcionat que inclou orientació, una plantilla de la que partir, tota mena de referències, disponibilitat absoluta per resoldre dubtes i un llarg etcètera.

Per continuar, voldria agrair al meu company Marc Galceran per facilitar-me les dades de demanda horària de la xarxa de proves.

Finalment, estic eternament agraït a la meva família per tot el suport que m'han proporcionat aquests darrers mesos, especialment la meva mare que contínuament m'ha sorprès amb detalls que m'alegren el dia.

Bibliografia

Referències bibliogràfiques

- [1] R. A. Jabr, "Radial distribution load flow using conic programming," *IEEE Trans. Power Syst.*, 2006.
- [2] M. E. Baran and F. F. Wu, "Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system," *IEEE Trans. Power Deliv.*, 1989.
- [3] M. Lavorato, J. F. Franco, M. J. Rider, and R. Romero, "Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 1, pp. 172–180, 2012.
- [4] L. Liberti, S. Cafieri, and F. Tarissan, "Reformulations in mathematical programming: A computational approach," *Stud. Comput. Intell.*, 2009.
- [5] B. Prasanna, "Gestion prévisionnelle des réseaux actifs de distribution – relaxation convexe sous incertitude," Communauté Université Grenoble Alpes, 2017.
- [6] J. A. Martínez-Velasco and F. De León, "Circuito equivalente de un transformador con regulación Equivalent circuit of a regulating transformer," 2011.
- [7] S. Touré, "Optimisation des réseaux : réseau actif et flexible," Université de Grenoble, 2014.
- [8] M. Farivar and S. H. Low, "Branch flow model: Relaxations and convexification-part i," *IEEE Trans. Power Syst.*, 2013.
- [9] M. Farivar and S. H. Low, "Branch flow model: Relaxations and convexification-part II," *IEEE Trans. Power Syst.*, 2013.
- [10] M. E. Baran and F. F. Wu, "Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing," *IEEE Trans. Power Deliv.*, 1989.
- [11] Q. Zhou, D. Shirmohammadi, and W. H. E. Lin, "Distribution feeder reconfiguration for operation cost reduction," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 2, pp. 730–735, 1997.
- [12] J. O'Donnell, "Voltage Management of Networks with Distributed Generation," *Dr. Philos. Diss. Univ. Edinburgh, Edinburgh*, no. September, pp. I–206, 2007.

Bibliografia complementària

Aquest apartat si s'escau s'ha de presentar de la mateixa forma que la llista de referències

anterior, però amb la diferència que en ell poden figurar referències bibliogràfiques consultades o relatives a la temàtica objecte del TFG/TFM, i que no hagin estat citats al llarg del mateix. Haurien d'indicar-se els criteris amb els que s'han seleccionat els documents.